

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ
Кафедра высшей математики

Утверждено на заседании
УМС ИАТЭ НИЯУ МИФИ
Протокол от 30.08.2021 № 4-8/2021

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
для преподавателя
по дисциплине

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

название дисциплины

для студентов направления подготовки

38.03.01 Экономика

код и название направления подготовки

образовательная программа

Учёт, анализ и аудит

Форма обучения: очно-заочная

г. Обнинск 2021 г.

ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации для преподавателей по дисциплине «Линейная алгебра» представляют собой комплекс рекомендаций и разъяснений, позволяющих преподавателю оптимальным образом организовать процесс обучения по данной дисциплине.

Дисциплина «дисциплине «Линейная алгебра» является одной из профильных дисциплин в обеспечении профессионального становления будущего экономиста.

Цель дисциплины – формирование знаний по линейной алгебре необходимых для решения задач, возникающих в практической экономической деятельности; развитие логического мышления и математической культуры; формирование необходимого уровня алгебраической подготовки для понимания других математических и прикладных дисциплин.

Задачи дисциплины:

- изучить основные понятия и методы линейной алгебры;
- сформировать навыки и умения решать типовые задачи и работать со специальной литературой;
- сформировать умение использовать алгебраический аппарат для решения теоретических и прикладных задач в математике, информатике и экономике.

Дисциплина реализуется в рамках базовой части и относится к естественно-научному модулю.

Дисциплина изучается на 1 курсе во 2 семестре.

Основными видами учебной работы по данной дисциплине являются лекции, практические занятия, самостоятельная работа обучающихся.

1 Лекции

Лекции являются одним из основных методов обучения по дисциплине «Линейная алгебра». Главной задачей каждой лекции является раскрытие сущности темы и анализ ее основных положений. Рекомендуется на первой лекции довести до внимания студентов структуру дисциплины и ее разделы, а в дальнейшем указывать начало каждого раздела (модуля), суть и его задачи, а, закончив изложение, подводить итог по этому разделу, чтобы связать его со следующим.

Содержание лекций определяется рабочей программой дисциплины и представлено в таблице.

№ п/п	Наименование раздела / темы дисциплины	Содержание
1	Матрицы, определители и системы линейных уравнений	
1.1	Матрицы и определители	Матрицы, действия над матрицами. Определитель квадратной матрицы n -го порядка. Свойства определителей. Минор. Алгебраическое дополнение. Разложения определителя по строке (столбцу). Методы вычисления определителей. Обратная матрица. Условия существования. Нахождение обратной матрицы
1.2	Системы линейных уравнений	Система из n линейных уравнений с n неизвестными. Матричная запись. Правило Крамера. Ранг матрицы. Базисный минор. Теорема о базисном миноре. Элементарные преобразования и ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера Капелли. Метод Гаусса. Однородная система, фундаментальная совокупность решений. Общее решение неоднородной системы
2	Линейные пространства и подпространства, базис, координаты, линейные операторы	
2.1	Линейные пространства, размерность	Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость элементов линейного пространства. Базис. Координаты вектора в базисе. Размерность. Изоморфизм линейных пространств. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису. Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка векторов. Теорема о размерности линейной оболочки. Сумма и пересечение подпространств,

№ п/п	Наименование раздела / темы дисциплины	Содержание
		теорема о связи их размерностей. Прямая сумма подпространств
13- 16	Операторы	Линейный оператор. Матричная запись оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Действия над линейными операторами. Обратимость операторов. Матрица обратного оператора. Ядро и образ линейного оператора. Ранг и дефект. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен оператора. Условия существования базиса из собственных векторов

Для эффективного проведения лекционного занятия рекомендуется соблюдать последовательность ее основных этапов:

- 1) формулировку темы лекции;
- 2) указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
- 3) изложение вводной части;
- 4) изложение основной части лекции;
- 5) краткие выводы по каждому из вопросов;
- 6) заключение;
- 7) рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

Дадим краткую характеристику каждого из лекционных этапов.

Начальный этап каждого лекционного занятия – оглашение основной темы лекции с краткой аннотацией предлагаемых для изучения вопросов. Преподаватель должен сообщить о примерном плане проведения лекции и предполагаемом распределении бюджета времени. Если очередное занятие является продолжением предыдущей лекции, необходимо кратко сформулировать полученные ранее результаты, необходимые для понимания и усвоения изучаемых вопросов.

Во вводной части достаточно кратко характеризуется место и значение данной темы в курсе, дается обзор важнейших источников и формулируются основные вопросы или задачи, решение которых необходимо для создания стройной системы знаний в данной предметной области. В этой части лекции демонстрируются основные педагогические методы, которые будут использоваться при изложении материала и устанавливается контакт с аудиторией.

Основная часть лекции имеет своей целью раскрытие содержания основных вопросов или разделов и определяется логической структурой плана лекции. При этом используются основные педагогические способы

изложения материала: описание-характеристика, повествование, объяснение и др. Преподаватель должен также умело использовать эффективные методические приемы изложения материала – анализ, обобщение, индукцию, дедукцию, противопоставления, сравнения и т.д., обеспечивающие достаточно высокий уровень качества учебного процесса.

В заключительной части лекции проводят обобщение наиболее важных и существенных вопросов, делаются выводы, формулируются задачи для самостоятельной работы слушателей и указывается рекомендуемая литература. Оставшееся время используют для ответов на вопросы, задаваемые слушателями, и для возможной дискуссии о содержании лекции.

Содержание лекционного материала должно строго соответствовать содержательной части утвержденной рабочей учебной программы дисциплины и соответствовать основным дидактическим принципам, которые обеспечивают соответствие излагаемого материала научно-методическим основам экономической деятельности. Основными из них являются целостность, научность, доступность, систематичность и наглядность.

Целостность лекции обеспечивается созданием единой ее структуры, основанной на взаимосвязи задач занятия и содержания материала, предназначенного для усвоения студентами.

Научность лекции предполагает соответствие материала основным положениям современной науки, абсолютное преобладание объективного фактора и доказательность выдвигаемых положений. Для научно обоснованной лекции характерны ясность, логичность, аргументированность, точность и сжатость.

Принцип доступности лекции предполагает, что содержание учебного материала должно быть понятным, а объем этого материала посильным для всех студентов. Это означает, что степень сложности лекционного материала должна соответствовать уровню развития и имеющемуся запасу знаний и представлений студентов.

Систематичность лекционного материала определяется взаимосвязью изучаемого материала с ранее изученным, постепенным повышением сложности рассматриваемых вопросов, взаимосвязью частей изучаемого материала, обобщением изученного материала, стройностью изложения материала по содержанию и внешней форме его подачи, рубрикацией курса, темы, вопроса и единообразием структуры построения материала.

Принцип наглядности содержания лекции требует использования при чтении лекции визуальных носителей информации в виде презентаций, поскольку основной поток информации в учебном процессе воспринимается обучаемым зрительно. Демонстрационный материал во всех случаях должен играть подчиненную роль и не подменять содержания лекции. В каждый момент лекции необходимо демонстрировать только тот наглядный материал, который иллюстрирует излагаемые положения.

При проведении лекционных занятий по дисциплине используются следующие виды лекций: информационные, проблемные.

Основным признаком информационной лекции является простой способ передачи готовых знаний учащимся через монологическую форму общения.

В отличие от информационной лекции, в проблемной лекции, лекции-визуализации происходит активное освоение содержание обучения с включением механизмов творческого осмысления. В этом процессе учащиеся проявляют собственную активность в контексте диалогического взаимодействия и общения в ходе лекции.

Лекции проблемного характера отличает то, что процесс познания студентов приближается к поисковой, исследовательской деятельности. При этом обеспечивается достижение трех основных целей: усвоение студентами теоретических знаний, развитие теоретического мышления и формирование познавательного интереса к содержанию учебного предмета и профессиональной мотивации будущего специалиста. На такой лекции новое знание вводится через проблемность вопроса, задачи или ситуации. При этом процесс познания студентов в сотрудничестве и диалоге с преподавателем приближается к исследовательской деятельности. Содержание проблемы раскрывается путем организации поиска ее решения или суммирования и анализа традиционных и современных точек зрения.

2 Практические занятия (семинары)

Практические занятия являются важной частью учебного процесса в вузе. Они проводятся с целью закрепления лекционного материала, овладения понятийным аппаратом предмета, методами и приёмами исследования, изучаемыми в рамках учебной дисциплины. Главной целью такого рода занятий является научиться применению теоретических знаний на практике.

Содержание практических занятий по дисциплине «Линейная алгебра» представлено в таблице.

№ п/п	Наименование раздела / темы дисциплины	Содержание
1	Матрицы, определители и системы линейных уравнений	
1.1	Матрицы и определители	Действия с матрицами. Определитель матрицы. Обратная матрица, ранг матрицы
1.2	Системы линейных уравнений	Системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений
2	Линейные пространства и подпространства, базис, координаты, линейные операторы	
2.1	Линейные	Линейные пространства. Размерность. Базис.

№ п/п	Наименование раздела / темы дисциплины	Содержание
	пространства, размерность	Координаты вектора в базисе. Изменение координат вектора при переходе к новому базису. Линейная оболочка векторов. Применение ранга матрицы к исследованию линейной зависимости векторов и нахождению размерности подпространства. Размерность и базис суммы и пересечения подпространств
13- 16	Операторы	Линейный оператор. Матричная запись и матрица оператора. Изменение матрицы оператора при переходе к новому базису. Действия над операторами. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду, базис из собственных векторов

Практические занятия — метод обучения, обеспечивающий связь теории и практики, содействующий выработке у студентов умений и навыков применения знаний, полученных на лекции и в ходе самостоятельной работы.

Практические занятия представляют собой занятия по решению различных прикладных задач, образцы которых были даны на лекциях. В итоге у каждого обучающегося должен быть выработан определенный профессиональный подход к решению каждой задачи.

Практические занятия по курсу могут проводиться в различных формах.

Практическое занятие должно опираться на известный теоретический материал, который изложен или на который дана соответствующая ссылка в лекции.

Практическое занятие должно быть нацеленным на формирование определенных умений и закрепления определенных навыков, поэтому цель занятия должна быть заранее известна и понятна преподавателю и обучающимся. Лучше иметь сформулированные в письменном виде цель, задачи, содержание и последовательность занятия, ожидаемый результат.

Обучающиеся должны всегда видеть ведущую идею курса и ее связь с практикой. Это придает учебной работе актуальность, утверждает необходимость овладения опытом профессиональной деятельности, связывает её с практикой жизни. В таких условиях задача преподавателя состоит в том, чтобы больше показывать обучающимся практическую значимость ведущих научных идей и принципиальных научных концепций и положений.

Примерные цели практических занятий:

- 1) помочь обучающимся систематизировать, закрепить и углубить

знания теоретического характера;

2) научить студентов приемам решения практических задач, способствовать овладению навыками;

3) формировать умение учиться самостоятельно, т.е. овладевать методами, способами и приемами самообучения, саморазвития и самоконтроля.

Содержание практических занятий и методика их проведения должны обеспечивать развитие творческой активности личности. Они развивают научное мышление и речь обучающихся, позволяют проверить их знания, выступают важным средством оперативной обратной связи. Поэтому практические занятия должны выполнять не только познавательную и воспитательную функции, но и способствовать росту их креативности.

Практические занятия проводятся в двух формах: выполняются индивидуально и в групповой форме. При разработке практических занятий должна быть учтена форма их проведения и возможности интерактивного обучения.

Прежде чем приступить к изучению темы, необходимо прокомментировать основные вопросы плана лекции. Такой подход преподавателя помогает студентам быстро находить нужный материал к каждому из вопросов, не задерживаясь на второстепенном.

Большое значение имеет совершенствование навыков конспектирования у студентов.

Преподаватель может рекомендовать студентам следующие основные формы записи: план (простой и развернутый), выписки, тезисы.

Практические занятия предполагают не просто обсуждение студентами учебного материала, а выполнение ими определенных практических заданий. Систему таких заданий часто называют практикумом.

Функции практических занятий:

- 1) закрепление теоретических знаний на практике;
- 2) усвоение умений исследовательской работы;
- 3) усвоение умений практической работы;
- 4) применение теоретических знаний для решения практических задач;
- 5) самопознание;
- 6) саморазвитие.

Соответствующие задачи ставятся преподавателем при планировании каждой работы. Те или иные функции могут выдвигаться на первый план в зависимости от того, в рамках каких образовательных программ проводятся занятия.

Практическое занятие (семинар) – один из наиболее сложных и в то же время плодотворных видов (форм) вузовского обучения и воспитания.

Целью практических занятий (семинаров) является:

- 1) закрепление методов анализа;
- 2) проверка уровня понимания студентами вопросов, рассмотренных на лекциях и по учебной литературе, степени и качества усвоения материала студентами;

3) обучение навыкам решения поставленных задач и умение подобрать необходимый метод решения;

4) восполнение пробелов в пройденной теоретической части курса и оказание помощи в его усвоении.

При условии соблюдения требований методики их проведения семинары выполняют многогранную роль:

1) стимулируют регулярное изучение студентами первоисточников и другой литературы, а также внимательное отношение к лекционному курсу;

2) закрепляют знания, полученные студентами при прослушивании лекции и самостоятельной работе над литературой;

3) расширяют круг знаний благодаря выступлениям товарищей и преподавателя на занятии;

4) позволяют студентам проверить правильность ранее полученных знаний, вычленив в них наиболее важное, существенное;

5) предоставляют возможность преподавателю систематически контролировать уровень самостоятельной работы студентов над первоисточниками, другим учебным материалом, степень их внимательности на лекциях.

При разработке методики семинарских занятий важное место занимает вопрос о взаимосвязи между семинаром и лекцией, семинаром и самостоятельной работой студентов, о характере и способах такой взаимосвязи. Семинар не должен повторять лекцию, и, вместе с тем, его руководителю необходимо сохранить связь принципиальных положений лекции с содержанием семинарского занятия.

На семинаре каждый студент имеет возможность критически оценить свои знания, сравнить со знаниями и умениями их излагать других студентов, сделать выводы о необходимости более углубленной и ответственной работы над обсуждаемыми проблемами.

Семинар – эффективная форма закрепления полученных по обсуждаемой проблеме знаний, видения этой проблемы в целом, осознания ее соотнесенности с другими темами в рамках целостной концепции.

В практике семинарских занятий проводятся письменные (контрольные) работы. На них может быть отведено от 15 минут до целой пары. Тема работы может быть сообщена студентам заранее, а иногда и без предупреждения по одному из пунктов плана текущего семинара. Такая работа носит характер фронтальной проверки знаний всех студентов по определенному разделу курса. Содержание работ анализируется преподавателем на очередном занятии, что вызывает всегда обостренный интерес студентов и активизирует их последующую подготовку к семинарским занятиям. Если на контрольную работу отводится 15-45 минут, то после ее написания работа семинара продолжается обычным порядком. В течение семинарского курса целесообразно провести несколько контрольных работ различных типов.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению как со стороны преподавателей,

так и обучающихся. Преподаватель в начале семестра (учебного года) должен обеспечить обучающихся методическими материалами для своевременной подготовки их к активным формам занятий, в том числе и к семинарам.

Планы семинарских занятий, их тематика, рекомендуемая литература, цель и задачи ее изучения сообщаются преподавателем на вводных занятиях или в методических указаниях по данной дисциплине.

Начиная подготовку к семинарскому занятию, необходимо, прежде всего, указать студентам страницы в конспекте лекций, разделы учебников и учебных пособий, чтобы они получили общее представление о месте и значении темы в изучаемом курсе. Затем следует рекомендовать им поработать с дополнительной литературой, сделать записи по рекомендованным источникам.

Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы студентов. Они помогают понять построение изучаемой книги, выделить основные положения, проследить их логику и тем самым проникнуть в творческую лабораторию автора.

Ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд подсобных материалов для быстрого повторения прочитанного, для мобилизации накопленных знаний. Особенно важны и полезны записи тогда, когда в них находят отражение мысли, возникшие при самостоятельной работе.

Нередко среди начинающих преподавателей можно встретить людей, полагающих, будто записи – дело простое, требующее, в основном, усилий рук, а не головы. Это сугубо ошибочное представление. Полноценные записи отражают не только содержание прочитанного, но и результат мыслительной деятельности студента.

Важно развивать у студентов умение сопоставлять источники, продумывать изучаемый материал. Поэтому написание конспектов по рассматриваемым вопросам является обязательным элементом подготовки студентов к аудиторным занятиям.

Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине «Линейная алгебра», представлен в таблице.

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Вид занятий (лекция, семинары, практические занятия)	Коли честв о ак. час.	Наименование активных и интерактивных форм проведения занятий
1	Матрицы, определители и системы линейных уравнений			
1.1	Матрицы и определители	лекция / практическое занятие	4	проверка правильности выполнения домашнего задания, решение задач,

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Вид занятий (лекция, семинары, практические занятия)	Коли- честв о ак. час.	Наименование активных и интерактивных форм проведения занятий
				мозговой штурм
1.2	Системы линейных уравнений	лекция / практическое занятие	8	проверка правильности выполнения домашнего задания, решение задач, мозговой штурм
2	Линейные пространства и подпространства, базис, координаты, линейные операторы			
2.1	Линейные пространства, размерность	лекция / практическое занятие	6	проверка правильности выполнения домашнего задания, решение задач, мозговой штурм
2.2	Операторы	лекция / практическое занятие	4	проверка правильности выполнения домашнего задания, решение задач, мозговой штурм

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

3 Оценочные средства по дисциплине

Оценочные средства по дисциплине обеспечивают проверку освоения планируемых результатов обучения посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации.

3.1. Экзамен

а) типовые вопросы:

1. Матрицы, действия над матрицами (сложение, умножение на число, произведение двух матриц, транспонирование матрицы).

2. Определитель квадратной матрицы n -го порядка. Определитель треугольной матрицы. Свойства определителей. Минор. Алгебраическое дополнение. Разложения определителя по строке (столбцу).

3. Обратная матрица. Условие существования. Нахождение обратной матрицы. Решение простейших матричных уравнений.
4. Ранг матрицы. Методы вычисления ранга матрицы. Базисный минор.
5. Линейная зависимость и независимость векторов.
6. Системы линейных уравнений. Матричная запись системы. Системы совместные, несовместные, определенные, неопределенные.
7. Система из n уравнений с n неизвестными. Теорема Крамера и формулы Крамера для решения квадратных систем.
8. Исследование совместности системы в терминах ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
9. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
10. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная совокупность решений. Структура общего решения однородной и неоднородной системы.
11. Линейные пространства. Примеры. Размерность и базис линейного пространства.
12. Координаты вектора в данном базисе. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.
13. Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка векторов. Сумма и пересечение подпространств, теорема о связи их размерностей. Прямая сумма подпространств.
14. Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Матричная запись оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
15. Действия над линейными операторами: сложение, произведение на число. Произведение операторов. Матрица суммы и произведения операторов.
16. Обратный оператор. Условие существования обратного оператора.
17. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Линейная независимость собственных векторов, соответствующих разным собственным значениям. Характеристический многочлен. Достаточное условие приводимости матрицы оператора к диагональному виду.

б) типовые задачи:

1. Найти общее решение неоднородной системы
$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 6x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$$
2. Найти матрицу оператора проецирования на ось X в базисе $\vec{e}_1 = 2\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{e}_2 = 3\vec{i} - \vec{j}$.

3. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$

в) критерии оценивания компетенций (результатов):

Экзамен проводится письменно и включает в себя ответ на два теоретических вопроса и решение одной задачи.

Шкала оценивания за каждый элемент экзаменационного билета:

Вопрос 1 – 10 баллов

Вопрос 2 – 10 баллов

Вопрос 3 (задача) – 20 баллов

Освоение дисциплины оценивается по стобальной системе, используемой в ИАТЭ НИЯУ МИФИ.

Максимальная суммарная оценка за экзамен составляет 40 баллов с учетом того, что максимальная оценка работы в семестре по контрольным точкам составляет 60 баллов.

Баллы	Критерии оценки
37-40	Студент должен: - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу
29-36	Студент должен: - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; - достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу
25-28	Студент должен: - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу
менее 24	Студент демонстрирует: - незнание значительной части программного материала;

	<ul style="list-style-type: none"> - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу
--	--

3.2. Контрольная работа № 1

а) типовые задания:

1. Выполнить

действие:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}^T$$

2. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Найти обратную матрицу

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

5. Решить систему по формулам Крамера и методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -7 \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 25 \end{cases}$$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

За каждый верно выполненный пункт 6 баллов.

Контрольная работа считается выполненной, если получено 18 баллов и выше.

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 30 баллами.

3.3. Контрольная работа № 2

а) типовые задания:

1. Найти какой-нибудь базис и определить размерность пространства решений системы

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

2. Исследовать на линейную зависимость систему векторов

$$\vec{a} = (0, 1, 1), \vec{b} = (1, 0, 1), \vec{c} = (1, 1, 0)$$

3. В базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ вектор $\vec{x} = (1, -9, 9)$. Найти его координаты в базисе

$$\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 8\vec{e}_3, \quad \vec{e}'_2 = \frac{8}{9}\vec{e}_1 - \vec{e}_2, \quad \vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

4. Найти размерность суммы и пересечения подпространств $L_1(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и

$L_2(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$, если $\vec{a}_1 = (1, 2, 0)$, $\vec{a}_2 = (1, 1, 1)$, $\vec{b}_1 = (1, 0, 1)$, $\vec{b}_2 = (1, 3, 0)$.

5. Оператор A в базисе \vec{e}_1, \vec{e}_2 имеет матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$. Найти матрицу оператора $A^2 + 2A$ в базисе $\vec{e}'_1 = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, $\vec{e}'_2 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

За каждый верно выполненный пункт 6 баллов.

Контрольная работа считается выполненной, если получено 18 баллов и выше.

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 30 баллами.

4 Итоговая аттестация по дисциплине

Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.

Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:

- контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость и включает в себя оценку мероприятий текущего контроля по итогам выполнения первых 50 % аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам / темам учебной дисциплины;

- контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость и включает в себя оценку мероприятий текущего контроля по итогам выполнения вторых 50 % аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам / темам учебной дисциплины.

Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	Балл	
	Минимум*	Максимум
Текущая аттестация	36	60
Контрольная точка № 1	18	30
Контрольная работа № 1	18	30
Контрольная точка № 2	18	30
Контрольная работа № 2	18	30
Промежуточная аттестация	24	40
Экзамен	24	40
Итого по дисциплине	60	100

* - Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т. ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

Процедура оценивания знаний, умений, владений по дисциплине включает учет успешности по всем видам заявленных оценочных средств.

По окончании освоения дисциплины проводится промежуточная аттестация в виде экзамена, что позволяет оценить совокупность приобретенных в процессе обучения компетенций. При выставлении итоговой оценки применяется балльно-рейтинговая система оценки результатов обучения.

Экзамен предназначен для оценки работы обучающегося в течение всего срока изучения дисциплины и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных обучающимся теоретических знаний и умений, способности приводить примеры практического использования знаний (например, применять их в решении практических задач), приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления.

Оценка сформированности компетенций на экзамене для тех обучающихся, которые пропускали занятия и не участвовали в проверке компетенций во время изучения дисциплины, проводится после индивидуального собеседования с преподавателем по пропущенным или не усвоенным обучающимся темам с последующей оценкой самостоятельно усвоенных знаний на экзамене.

Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет сумму баллов, заработанных обучающимся при выполнении заданий в рамках текущей и промежуточной аттестации

Сумма баллов	Оценка по 4-х балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоения учебной дисциплины
90-100	5- «отлично»/ «зачтено»	A	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы
85-89	4 - «хорошо»/ «зачтено»	B	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос
75-84		C	
70-74		D	
65-69	3 - «удовлетворительно» / «зачтено»	E	Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала
60-64			
0-59	2 - «неудовлетворительно»/ «не зачтено»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

<p>Методические рекомендации рассмотрены на заседании кафедры высшей математики (протокол № _____ от «__» _____ 20__ г.)</p>	<p>И. о. заведующего кафедры высшей математики</p> <p>«__» _____ 20__ г. _____ В.К. Артемьев</p> <p>Руководитель ИОПП</p> <p>«__» _____ 20__ г. _____ О.А. Попова</p>
<p>Методические рекомендации рассмотрены на заседании отделения социально-экономических наук (О) (протокол № 2-8/2021 от 28.08.2021)</p>	<p>Руководитель образовательной программы «Учёт, анализ и аудит» направления подготовки 38.03.01 Экономика</p> <p>28 августа 2021 г. _____ К.В. Найдёнова</p> <p>Начальник отделения социально-экономических наук (О)</p> <p>28 августа 2021 г. _____ А.А. Кузнецова</p>